

**Mexanik tebranishlarning differensial tenglamalari**

**Erkin tebranish**

**Mexanik tebranish**

*G'ulomova Sarvinoz Saydillo qizi,*

*Andijon davlat mashinasozlik instituti avtomobilsozlik fakulteti*

***Annotatsiya:** Ushbu maqola mexanik tebranishlarni boshqaradigan differensial tenglamalarni o'rganadi, ayniqsa erkin tebranishlarga e'tibor beradi. U asosiy tamoyillarni o'z ichiga oladi, ushbu tenglamalarni olish va yechishda qo'llaniladigan usullarni o'rganadi va amaliy dasturlarni muhokama qiladi. Maqsad nazariy jihatlarni amaliy misollar bilan birlashtirgan keng qamrovli ma'lumotni taqdim etishdir.*

***Kalit so'zlar:** Mexanik tebranishlar, differensial tenglamalar, erkin tebranish, mexanik tebranish, tabiiy chastota, garmonik harakat.*

Mexanik tebranishlar turli muhandislik tizimlari va inshootlarida, ko'pincha tashqi kuchlar yoki ichki dinamik sharoitlarga javob sifatida paydo bo'ladi. Ushbu tebranishlarni tushunish barqaror va samarali mexanik tizimlarni loyihalash uchun juda muhimdir. Ushbu maqolada erkin tebranishlar - dastlabki qo'zg'alishdan keyin tashqi kuchlarsiz sodir bo'ladigan tebranishlarni tavsiflovchi differensial tenglamalar ko'rib chiqiladi. Erkin tebranish tahlili mexanik tizimlarda yanada murakkab tebranish xatti-harakatlarini tushunish uchun asosdir.

Mexanik tebranishlarni o'rganish Isaak Nyuton va Daniel Bernulli ishlariga borib taqaladi. XIX-asrda Lord Rayleigh va Heinrich Hertz tuzilmalar va materiallarning dinamik harakati nazariyalarini ishlab chiqish orqali ushbu sohaga katta hissa qo'shdilar. Zamonaviy tadqiqotlar ko'pincha hisoblash usullari va ilg'or tahliliy texnikalarni o'z ichiga oladi, ular aerokosmik, qurilish

muhandisligi va avtomobilsozlik sanoati kabi turli sohalardagi ilovalarga e'tibor qaratadi.

U yoki bu darajada takrorlanuvchanligi bilan ajralib turadigan jarayonlarga *tebranishlar* deyiladi. Takrorlanayotgan jarayonning fizik tabiatiga qarab tebranishlar mexanik, elektromexanik, elektromagnit va boshqalarga ajraladi. Biz mexanik tebranishlarni ko'ramiz. Tebranishlar erkin (yoki xususiy) tebranishlar, majburiy tebranishlar, avtotebranishlar va parametrik tebranishlarga bo'linadi. Muvozanat holatidan chiqarilganidan so'ng, o'zicha tebranadigan sistemadagi tebranishlarga erkin yoki xususiy tebranishlar deyiladi. Masalan, matematik mayatnikning tebranishi erkin tebranishlarga misol bo'ladi. Tebranishlar sinus yoki kosinus qonuni bo'yicha sodir bo'lsa, bunday tebranishlarga garmonik tebranishlar deyiladi. Garmonik tebranishlar tenglamasi shunday yoziladi:

$$x(t) = A \cos(\omega_n t) + B \sin(\omega_n t).$$

Mexanik tebranishlarni tahlil qilish odatda quyidagi usullarni o'z ichiga oladi:

1. Matematik modellashtirish: Fizik tizimni ifodalovchi differensial tenglamalarni yaratish.
2. Analitik yechimlar: Bu tenglamalarni matematik usullar yordamida yechish.
3. Raqamli simulyatsiyalar: Murakkab tizimlarni echish uchun hisoblash vositalaridan foydalanish.
4. Eksperimental usullar: Laboratoriya tajribalari orqali modellar va yechimlarni tasdiqlash.

Mexanik tebranishlardagi differensial tenglamalar:

Mexanik tebranishlarni Nyutonning ikkinchi harakat qonunidan kelib chiqadigan differensial tenglamalar bilan tasvirlash mumkin. Oddiy massa-prujina-so'nish tizimi uchun harakat tenglamasi:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0,$$

bu yerda  $m$  – massa,  $c$  – so‘nish koeffitsienti,  $k$  – prujina doimiysi,  $x(t)$  – siljish,  $\dot{x}(t)$  – tezlik,  $\ddot{x}(t)$  – tezlanish.

Erkin tebranish tahlili:

Erkin tebranishda so‘ndiruvchi kuch va tashqi kuchlar odatda ahamiyatsiz bo‘ladi (ya‘ni,  $c = 0$  va tashqi kuchlar yo‘q), bu soddalashtirilgan tenglamaga olib keladi:

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0.$$

Ushbu differensial tenglamani yechish tizimning tabiiy chastotasi  $\omega$  ni topishni o‘z ichiga oladi:  $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$ .

Differensial tenglamaning umumiy yechimi:

$$x(t) = A \cos(\omega_n t) + B \sin(\omega_n t),$$

bu erda  $A$  va  $B$  lar boshlang‘ich shartlar bilan aniqlangan doimiylar.

Differensial tenglamalarning yechimlari tabiiy chastota va rejim shakllari kabi tizimning xatti-harakatlari haqida tushuncha beradi. Masalan, tizimning tabiiy chastotasi uning muvozanat holatidan unga hech qanday tashqi kuchlar ta‘sir qilmasdan buzilganda tebranish tezligini ko‘rsatadi.

Erkin tebranishlarni tahlil qilish tizimlarning dastlabki buzilishlarda qanday harakat qilishini bashorat qilishda muhim ahamiyatga ega. Amaliy ilovalarda bu tebranishlarni tushunish muhandislarga rezonansdan qochadi, bu esa halokatli nosozliklarga olib kelishi mumkin bo‘lgan tuzilmalar va mexanizmlarni loyihalashda yordam beradi. Tadqiqot shuningdek, damping koeffitsientlari va tashqi kuchlar tizimning javobiga sezilarli ta‘sir ko‘rsatadigan susaytiruvchi va majburiy tebranishlarga ham taalluqlidir.

Endi uzunligi  $L$  va massasi  $m$  bo‘lgan oddiy mayatnikni ko‘rib chiqamiz. Uning harakatini tavsiflovchi differensial tenglama kichik burchakli siljishlarni qabul qilgan holda  $\theta$  quyidagicha bo‘ladi:

$$\ddot{\theta}(t) + \frac{g}{L}\theta(t) = 0.$$

Tabiiy chastota  $\omega_n$  quyidagicha ifodalanadi:  $\omega_n = \sqrt{\frac{g}{L}}$ .

Bu holda umumiy yechim:  $\theta(t) = \Theta_0 \cos(\omega_n t + \phi)$ ,

bu yerda  $\Theta_0$  va  $\phi$  boshlang'ich burchak va burchak tezligi bilan aniqlangan doimiylardir.

### **XULOSA VA TAKLIFLAR:**

Erkin mexanik tebranishlarning differensial tenglamalarini tushunish muhandislik tizimlarining dinamik harakatlarini bashorat qilish va nazorat qilish uchun juda muhimdir. Ushbu tushunchalarni o'zlashtirib, muhandislar xavfsizroq va samaraliroq tuzilmalar va mexanizmlarni loyihalashlari mumkin.

Kelajakdagi tadqiqotlar quyidagi yo'nalishlarga qaratilishi kerak:

1. Chiziq bo'lmagan tebranish tahlili: chizikli taxmin bajarilmaydigan tizimlarni o'rganish.

2. So'ndirish mexanizmlari: Har xil so'nish turlarining tizim xatti-harakatlariga ta'sirini o'rganish.

3. Hisoblash texnikasi: Murakkab tebranish tizimlarini yechish uchun yanada samarali algoritmlarni ishlab chiqish.

4. Eksperimental tasdiqlash: keng qamrovli eksperimental ma'lumotlar orqali modellarning aniqligini oshirish.

Ushbu sa'y-harakatlar turli muhandislik dasturlarida mexanik tebranishlarni chuqurroq tushunishga va yanada mustahkamroq nazorat qilishga yordam beradi.

### **Foydalanilgan adabiyotlar:**

1. O. Abdullayev, Differensial tenglamalar, Buxoro, 2009.
2. Y. Oppogov, N. Turg'unov, I. Gafarov, Oddiy differensial tengamalardan misol va masalalar yechish, Toshkent, Voris-Nashriyot, 2009.

3. Jumayev M.E., “Matematika o’qitish metodikasidan praktikum-Toshkent.: O’qituvchi, 2004.
4. Xakimov, R. M. (2019). IMPROVEMENT OF ONE RESULT FOR THE POTTS MODEL ON THE CALEY TREE. *Scientific and Technical Journal of Namangan Institute of Engineering and Technology*, 1(6), 3-8.
5. Umirzaqova, Kamola Oripjanovna. "PERIODIC GIBBS MEASURES FOR HARD-CORE MODEL." *Scientific Bulletin of Namangan State University* 2.3 (2020): 67-73.