

**“FUNKSIYANING EKSTREMUM QIYMATLARI” MAVZUSINI
O‘QITISHDA PEDAGOGIK TEXNOLOGIYALARDAN FOYDALANISH***Xusainova Xusnida¹**Namangtan to`qimachilik sanoati institute**xusnidaxonxusainova@gmail.com*

Annotatsiya: Matematik analiz fanida differensial hisob kursi eng muhim o‘rinda turadi. Shuningdek iqtisodiyot, algebra va geometriya fanlarining turli xil amaliy masalalarida uchraydi. Ayniqsa differensial tenglamaning yagonalik masalalari ekstremum prinsipiga bog‘liq. Shuning uchun ushbu mavzu muxim nazariy va amaliy dolzarb ahamiyatga egadir.

Annotation: In the science of mathematical analysis, the differential calculus course is the most important. It is also found in various practical problems of economics, algebra and geometry. Especially the issues of uniqueness of the differential equation depend on the extremum principle. Therefore, this topic is of great theoretical and practical relevance.

Kalit so‘zlar: Funksiya, ekstremum qiymatlar, differensial, texnologiya.

Har bir jamiyatning kelajagi uning ajralmas qismi va hayotiy zarurati bo‘lgan ta‘lim tizimining qay darajada rivojlanganligi bilan belgilanadi. Bugungi kunda mustaqil taraqqiyot yo‘lidan borayotgan mamlakatimizning uzluksiz ta‘lim tizimini isloh qilish va takomillashtirish, yangi sifat bosqichiga ko‘tarish, unga ilg‘or pedagogik va axborot texnologiyalarini joriy qilish hamda ta‘lim samaradorligini oshirish davlat siyosati darajasiga ko‘tarildi. Ma‘lumki, uzluksiz va uzviylik ta‘lim tizimida ortiqcha takroriylikka chek qo‘yib, avvalo, jamiyatning ma‘naviy va intellektual salohiyatini kengaytiradi, qolaversa, davlatning ijtimoiy va ilmiy – texnik taraqqiyotini takomillashtirish omili sifatida ishlab chiqishning barqaror rivojlanishini ta‘minlaydi. Pedagogik texnologiyalarning rivojlanishi va ularning o‘quv-tarbiya jarayoniga kirib kelishi, shuningdek, axborot texnologiyalarining tez almashinuvi va takomillashuvi jarayonida har bir inson o‘z kasbiy tayyorgarligini, maxoratini kuchaytirish imkoniyati yaratiladi.

Ma‘lumki, tubdan farq qiluvchi uchta ta‘lim turlarini ajratish mumkin. Bular: og‘zaki-ko‘rgazmali, texnologik va izlanuvchan-ijodiy ta‘lim turlari hisoblanadi.

1. Og‘zaki – ko‘rgazmali an‘anaviy bo‘lib, o‘qituvchining axborot berishi, talabalarning bilimlarni qabul qilishi, to‘plashi va xotirasida saqlashi bilan belgilanadi. Ta‘limda og‘zaki-ko‘rgazmali yondashuv juda katta tajribaga ega bo‘lib, ismlarga ajratib ishlab chiqilgan va ta‘lim tizimida ulkan xizmat ko‘rsatdi. Jadal suratlar bilan o‘sib borayotgan fan va texnika talablari, ta‘lim tizimidagi islohatlar, raqobatbardosh

kadrlar tayyorlash, shaxsni rivojlantirish, uning ma'lumot olish istaklarini to'laroq qondirishga bo'lgan jamiyat ehtiyojlari o'qitish usullariga yangicha yondashishni talab qilmoqda.

2. Ta'limga texnologik yondashuvning umumiy tavsifnomasi (ismlarga ajratilmagan holda), ta'limning juda oddiy masuldor darajasi sifati misolida qaraladi. O'quv ishlari yuqori natijalarga erishishga qaratilgan bo'lib, yo'naltirilganlik, mashg'ul bo'lish, musobaqalashish va o'zaro yordamlashish tushunchalari mavjud bo'ladi.

3. Izlanuvchan yondashuvdagi maqsad, talabalarda muammoni hal yetish, yangi, oxirigacha tugallanmagan tajribani o'zlashtirish, ta'sir etishning yangi yo'llarini yaratish qobiliyatlarini, shaxsiy idrokni rivojlantirishdan iboratdir. Izlanuvchan ta'lim andozasining ta'lim mazmuni, tabiat va jamiyat bilan o'zaro ta'siri natijasida shaxsda tadqiqotchilik va jadal ijodiy harakterli faoliyat yo'li boshlanadi.

O'quv jarayonining texnologik shakl modeli va uning amaliy tadbiri yangilik xususiyatiga ega bo'lib, an'anaviy ta'limni qayta shakllantiradi. "Pedagogik texnologiya" so'z birikmasi asosida "Texnologiya", "Texnologik jarayon" tushunchasi yotadi. Bu tushuncha orqali sanoatda tayyor mahsulotni olish uchun bajariladigan ishlarning ketma-ketligi haqidagi hujjat, ta'limda esa fan bo'yicha uslubiy tadbirlar majmuasi tushuniladi.

Pedagogik texnologiyada asosiy yo'l aniq belgilangan maqsadlarga qaratilganlik, ta'lim oluvchi bilan muntazam o'zaro aloqani o'rnatish, pedagogik texnologiyaning falsafiy asosi hisoblangan ta'lim oluvchining xatti-harakati orqali o'qitishdir. O'zaro aloqa pedagogik texnologiya asosini tashkil qilib, o'quv jarayonini to'liq qamrab olish kerak.

Pedagogik texnologiyada nazarda tutiladigan maqsadlarni qo'yish usuli, o'qitish maqsadlari o'quvchilar harakatida ifodalanadigan va aniq ko'rinadigan hamda o'lchanadigan natijalar orqali belgilanadi. Maqsadlar o'qituvchining faoliyatidan kelib chiqqan holda o'rgatish, tushuntirish, ko'rsatish, qaytib berish va hokazo atamalar orqali qo'yiladi. O'quvchining harakatlarida ifodalanadigan vazifalar esa ta'limining natijalarida ifodalanadi. Natija, talabaning tugallangan xatti-arakatini ifodalovchi keltirib chiqaring, sanab o'ting, so'zlab bering, tanlang, ko'rsatib bering, hisoblang kabi atamalar bilan ifodalanishi kerak.

Shunday qilib, an'anaviy o'quv jarayonlarida asosiy omil – bu pedagog va uning faoliyati hisoblansa, pedagogik texnologiyada birinchi o'ringa o'qitish jarayonidagi o'quvchilarning faoliyati qo'yiladi. Har bir vazifa raqamlanib, u bitta natijani ko'zlashi lozim. Har bir vazifani shunday qo'yish kerakki, u o'qituvchining o'tadigan darsining bosqichlarini emas, balki, talabaning o'zini keyin qanday tutishi kerakligiga ishora qilsin.

Ma'lumki, ilg'or texnologiyalarni qo'llashda asosiy e'tibor loyihalash bosqichiga qaratiladi, bunday tizimli yondoshuv asosida o'quv jarayonini loyihalash, kutilayotgan natija shaklidagi o'quv maqsadlarini mumkin qadar aniqlashtirish, rejalashtirilgan o'quv maqsadlariga kafolatli erishishga undaydi.

“Funksiyaning ekstremum qiymatlari” mavzusini nazariy o'rganishning taxminiy bosqichlari quyidagilardan iborat deb bilamiz:

- 1) mavzu va uning rejasi beriladi;
- 2) o'quv faoliyati natijalari eslatiladi;
- 3) mavzuni uning ahamiyatga qisqacha to'xtalinadi;
- 4) mavzuni tushuntirish ketma-ketligi texnologik loyiha asosida o'qituvchi maqsadiga mos kelishi lozim;
- 5) talabalar diqqatini jalb etib, mavzu savollari haqida muammoli vaziyatlar hosil qilish;
- 6) tushuntirish jarayonida o'quv adabiyotlari yoki tarqatma material bilan ishlashga ahamiyat beriladi;
- 7) talabaning tarqatma material yoki o'quv adabiyotlardan asosiy tushunchalarni o'qish va yozishni tashkil etishga imkoniyat yaratish;
- 8) mavzuni o'rganish darajasini tekshirish, talabalarga og'zaki savollar berib borish orqali, (masalan, eng katta qiymat va eng kichik qiymat tushunchasining mohiyati nima?);
- 9) talabalar javoblariga izoh berish yoki to'ldirish, to'g'ri javoblarni rag'batlantirish;
- 10) egallangan bilimlarni tekshirish va baholash; bunda tayyorlangan savollar hamma talabalarga tarqatiladi. Savollarga javob berish uchun muayyan (masalan, 5 minut) vaqt beriladi. Berilgan savol varaqalari yig'ishtirib olingach, savollar oldindan tayyorlab qo'yilgan javoblar bilan solishtirib tekshiriladi. To'g'ri javoblar ekranda ko'rsatiladi yoki doskaga ilinadi. Har bir talaba o'zlarining bilimlarini o'zlari tekshirib ko'radilar va baholaydilar baholash reyting tizimida bo'ladi, o'qituvchi talabalar javoblariga munosabat bildiradi. Yuqori baholanganlar rag'batlantiriladi va kam baho olganlarga tanbeh bermasdan, ularni o'qish-o'rganishga da'vat etiladi;
- 11) egallangan bilimlarni yanada mustahkamlash va mustaqil ishlash ko'nikmasini hosil qilish masadida uyga vazifa beriladi. Bunda beriladigan vazifa aniq bo'lishi, berilgan vazifaning bajarilish shakli (referat, konspekt qilish, misol va masalalarni yechish) aniq bo'lishi zarur.

“Funksiyaning ekstremum qiymatlari” mavzusini nazariy o'rganishda ushbularga erishishni maqsad qilib olinadi:

- 1) “funksiyaning ekstremum qiymatlari” ning hozirgi zamon taraqqiyotidagi o'rni va ahamiyati anglash;

- 2) talabalarning funksiyaning ekstremum qiymatlari mavzusini matematik apparatning qo'llanilishiga qiziqishi;
- 3) funksiyaning ekstremum qiymatlari mavzusini dastur asosida matematik apparatni o'rgatish;
- 4) funksiyaning ekstremum qiymatlari mavzusidan foydalanib ayrim masalalarning matematik modellarini tuza bilish va uni tahlil qilish;
- 5) matematik fikrlash va xulosa chiqarish;
- 6) matematik bilimlarni chuqurlashtirishga yo'naltirib, bu bilimlarni o'z faoliyatida qo'llash.

Shuni ta'kidlaymizki, "Funksiyaning ekstremum qiymatlari" mavzusi o'ta zarur mavzu ekanligi, uni geometriya, algebra, differensial tenglama, matematik fizika tenglamalari va boshqa fanlarning asosiy bilimlarini egallashda muhim qurol sifatida ishlatilishi e'tiborga olinadi.

Insert texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. Matnni o'qing.
2. Matn qatorlariga qalam bilan belgilar qo'yib, olingan ma'lumotni tizimlashtiring:
- 3 - ... haqida mavjud bo'lgan bilimlar (ma'lumotlar) mos keladi
- (minus) - ... haqida mavjud bilimlar e'tiroz bildiradi.
- + (plyus) – yangi ma'lumotlar hisoblanadi.
- ? - tunarsiz / aniqlik / qo'shimcha ma'lumot talab qiladi.

B/BX/BO texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. "Insert" texnikasidan foydalanib matnni o'qing.
2. Olingan ma'lumotlarni tizimlashtiring – matnga qo'yilgan belgilar asosida tablitsa qatorlarini to'ldirib chiqing.

B/BX/BO (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)

No	Mavzu savollari	bilaman (-)	Bilishni xoxlayman (?)	Bilib oldim (+)
1	Funksiyaning eng katta va eng kichik qiymatlari ta'riflarini			
2	Funksiyaning ekstremum qiymatga erishishining zaruriy shartini			
3	Funksiyaning ekstremum qiymatga erishishining yetarli shartini			
4	Funksiyaning ekstremum qiymatlarini yuqori tartibli hosilalar yordamida topishni			
5	Funksiyaning kesmadagi eng katta va eng kichik qiymatlarini topishni			

“Funksiyaning ekstremum qiymatlari” mavzusidan keyslar.**KEYS - STADI****Keysning asosiy maqsadi:**

Talabalarga funksiyaning ekstremum qiymatlari topish. Tadbiqlari qo‘llab misollar yechishni o‘rgatish.

O‘quv faoliyatidan kutiladigan natijalar:

- funksiyaning xossalarini o‘rganish;
- funksiyaning ekstremum qiymatlarini anglash;
- funksiyaning ekstremum qiymatlari ba’zi tadbiqlariga doir misollar yechishni o‘rganish;

Ushbu keysni muvaffaqiyatli amalga oshirish uchun oldindan talabalar quyidagi bilim va ko‘nikmalarga ega bo‘lmoqlari zarur:

Talaba bilishi kerak:

- funksiyaning boshlang‘ich tushunchalari, funksiyaning xossalarini, funksiyaning hosilasi;

Talaba amalga oshirishi kerak:

- mavzuni mustaqil o‘rganadi; muammoning mohiyatini aniqlashtiradi; g‘oyalarni ilgari suradi; ma’lumotlarni tanqidiy nuqtai nazardan ko‘rib chiqib, mustaqil qaror qabul qilishni o‘rganadi; o‘z nuqtai nazariga ega bo‘lib, mantiqiy xulosa chiqaradi; o‘quv ma’lumotlar bilan mustaqil ishlaydi; ma’lumotlarni taqqoslaydi, tahlil qiladi va umumlashtiradi;

Talaba ega bo‘lmog‘i kerak:

- funksiyaning ekstremum qiymatlarini hisoblash ko‘nikmalariga; taqdimot ko‘nikmalariga; hamkorlikdagi ishlar ko‘nikmalariga; muammoli holatlar tahlil qilish ko‘nikmalariga.

- **Texnologik xususiyatlardan kelib chiqqan holda keysning tavsifnomasi:**

- Ushbu keysning asosiy manbai kabinetli, lavhali bo‘lib, hayotiy vaziyatlar asosida bayon etilgan. Keysning asosiy ob’yekti shaxsga yo‘naltirilgandir. Bu tashkiliy institutsional keys bo‘lib, ma’lumotlar vaziyatlar va savollar asosida tuzilgan. Hajmi o‘rtacha, tizimlashtirilgan bo‘lib, treningga mo‘ljallangan o‘quv mavzu bo‘yicha bilim va ko‘nikmalar hosil qilishga qaratilgan. Didaktik maqsadlarga ko‘ra keys muammolarni taqdim qilishga, ularni hal etishga, tahlil qilish va baholashga qaratilgan.

1-KEYS

Ushbu funksiyalarni ekstremumlarini birinchi, va yuqori tartibli xosilalardan foydalanib toping.

$$1. y = \sin 2x. \quad 2. y = \arctg x. \quad 3. y = \sqrt{1-x^2} \quad 4. y = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

-

- **2-KEYS**

$y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ funksiyaning $[-2, 5]$ kesmadagi eng katta va eng kichik qiymatlarini aniqlang.

-

- **3-KEYS**

$x^2 + 2x + 3 = (x^2 + x + 1)(x^4 + x^2 + 4)$ nostandart tenglamani “funksiyaning ekstremum qiymatlari” mavzusidan foydalanib yeching.

-

- **4-KEYS**

$\sqrt[4]{x-2} + \sqrt[4]{4-x} = 2$ nostandart tenglamani “funksiyaning ekstremum qiymatlari” mavzusidan foydalanib yeching.

-

- **5-KEYS**

“Funksiyaning ekstremum qiymatlari” mavzusidan foydalanib a ning har bir qiymati uchun $x^4 - 4ax^3 - 2 = 0$ tenglama haqiqiy ildizlari sonini toping.

Keysda keltirilgan ba’zi masalalarni yechish bo’yicha yo’riqnomaga

3-KEYS

Yechish. Berilgan tenglamaning $(-\infty; +\infty)$ oraliqda aniqlangan. Ixtiyoriy $x \in (-\infty; +\infty)$ uchun $x^2 + x + 1 > 0$ ekanligini hisobga olsak, tenglamani quyidagi ko’rinishda yozish mumkin:

$$\frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 + x + 1} = x^4 + x^2 + 4$$

yoki

$$\frac{x+2}{x^2+x+1} = x^4 + x^2 + 3$$

$f(x) = x^4 + x^2 + 3$ funksiyaning eng kichik qiymati $f(0) = 3$ ga teng.

$$g(x) = \frac{x+2}{x^2+x+1} \text{ funksiyaning } (-\infty; -2) \text{ oraliqdagi qiymati manfiy, } (-2; +\infty)$$

oraliqda esa $g(x)$ funksiya musbat. Demak, $g(x)$ funksiya o’zining eng katta qiymatiga $(-2; +\infty)$ oraliqda erishadi. $g(x)$ funksiya $(-\infty; +\infty)$ da hosilaga ega.

$$g'(x) = -\frac{x^2 + 4x + 1}{(x^2 + x + 1)^2}$$

$x_1 = -2 + \sqrt{3}$ va $x_2 = -2 - \sqrt{3}$ nuqtalarda $g'(x) = 0$ bo'ladi. $(-2 + \sqrt{3}; +\infty)$ oraliqda $g'(x) < 0$ va $(-2 - \sqrt{3}; -2 + \sqrt{3})$ oraliqda $g'(x) > 0$ bo'ladi. $g(x)$ funksiya uzluksiz bo'lgani uchun $[-2 + \sqrt{3}; +\infty)$ da kamayadi, $[-2 - \sqrt{3}; -2 + \sqrt{3}]$ oraliqda o'sadi. Ravshanki, $x = -2 + \sqrt{3}$ nuqtada $g(x)$ funksiya o'zining eng katta qiymatini qabul qiladi: $g(-2 + \sqrt{3}) = \frac{2\sqrt{3} + 3}{3} < 3$ ixtiyoriy x uchun $f(x) \geq 3 > \frac{2\sqrt{3} + 3}{3} \geq g(x)$ ya'ni $f(x) > g(x)$ bo'lib, berilgan tenglama yechimga ega emas. Javob: \emptyset

4-KEYS

Yechish. Berilgan tenglama $[2; 4]$ kesmada aniqlangan. $[2; 4]$ kesmada uzluksiz bo'lgan $f(x) = \sqrt[4]{x-2} + \sqrt[4]{4-x}$ funksiyani qaraymiz. $f(x)$ funksiyaning $(2; 4)$ intervalda hosilasi mavjud.

$$f'(x) = \frac{1}{4}(x-2)^{-\frac{3}{4}} - \frac{1}{4}(4-x)^{-\frac{3}{4}}.$$

$f'(x)$ faqat $x = 3$ da nolga teng: $f'(3) = 0$. $f(x)$ funksiya aniqlangan $[2; 4]$ kesmada uzluksiz, shuning uchun eng katta va eng kichik qiymatlari $f(2)$, $f(3)$, $f(4)$ sonlari orasida bo'ladi.

$f(3) = 2$, $f(2) = f(4) = \sqrt[4]{2} < 2$ bo'lgani uchun $f(x)$ ning eng katta qiymati $f(3) = 2$ bo'ladi. Ravshanki, tenglama yagona $x = 3$ ildizga ega.

Javob: $x = 3$.

5-KEYS

Yechish. $f(x) = x^4 - 4ax^3 - 2 = 0$ funksiyaning monotonlik oraliqlarini topamiz. $f'(x) = 4x^3 - 12ax^2 = 4x^2(x - 3a)$ bo'lganligi sababli, $f(x)$ funksiya $x < 3a$ da kamayuvchi, $x > 3a$ da o'suvchi bo'lib, $x = 3a$ nuqtada lokal maksimumga ega bo'ladi. Funksiyaning shu nuqtadagi qiymati $f(a) = 81a^4 - 4a27a^3 - 2 = -3a^4 - 2 < 0$ va $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$. Shu sababli $f(x) = 0$ tenglama $(-\infty; 3a)$ va $(3a; +\infty)$ oraliqlarda bittadan ildizga ega. Demak, berilgan tenglama a ning ixtiyoriy qiymatida ikkita ildizga ega bo'ladi.

Bugungi kunga kelib amaldagi Oliy ta'limning bakalavriyat ta'lim yo'nalishlari o'quv rejalaridagi matematika va tabiiy fanlar bloki mazmuniga qo'yilgan davlat talablarini hozirgi kun talabidan kelib chiqqan xolda tanqidiy yondashgan xolda o'rganib chiqish hamda ilg'or xorijiy tajribalar, sohaga oid innovatsiyalardan kelib

chiqan holda, har bir mavzuning amaliyotga tatbiqi ishlab chiqib talabalarga o'rgatish maqsadga muvofiq bo'lardi.

“Matematik analiz” fani ta’limda asosiy tayanch fan ekanligi, uning usullari algebra, informatika, geometriya, iqtisodiyot, chiziqli va nochiziqli dasturlash va boshqa fanlarning asosiy bilimlarini egallashda asosiy qurol sifatida ishlatilishi e’tiborga olindi.

“Matematik analiz” fanidagi “Funksiyaning ekstremum qiymatlari” mavzusidagi amaliy mashg’ulotining ta’lim texnologiyasi yoritilib berilgan. Bu mavzuning ma’ruza matni, keys-stadi usuliga asoslangan pedtexnologiyasi nazorat savollari, testlar to’plami ishlab chiqilgan. “Matematik analiz” fanida nazariy o’qitiladigan boshqa mavzularning ta’lim texnologiyasini ishlab chiqishda yuqorida keltirib o’tilgan moduldan kengroq foydalanilsa maqsadga muvofiq bo’lar edi.

Foydalanilgan adabiotlar

1. Azlarov T., Mansurov H. Matematik analiz 1 qism. Toshkent: O’qituvchi. 1994 y.
2. Sa’dullayev A., Xudoyberganov G., Mansurov X., G’ulomov R. “Matematik analizdan misol va masalalar to’plami” T. “O‘zbekiston” 1992;
3. Xudoyberganov G., Vorisov A., Mansurov X., Shoimkulov B., Matematik analizdan ma’ruzalar. I, II qism, Toshkent 2010 yil.
4. V.P. Demidovich Sbornik zadach po matematicheskomu analizu. M.»Nauka» 1990.
5. Shoimkulov B.A., Tuychiyev T.T., Djumaboyev D.X. «Matematik analizdan mustaqil ishlari», 2008y.