

## NORMALLANGAN BANAX FAZOLARI VA ULARNING BA'ZI XOSSALARI

*Amirov Javoxir Alisher o'g'li*

*Samarqand viloyati Kattaqo'rg'on tumani 16-IDUM matematika o'qituvchisi*

*E-mail: [ajavohir1997uz@gmail.com](mailto:ajavohir1997uz@gmail.com)*

*Usmonov Navruz Muzaffarovich*

*Guliston davlat universiteti tayanch doktoranti*

*E-mail: [navruzusmonov417@gmail.com](mailto:navruzusmonov417@gmail.com)*

*Shermuxammedov Baxtiyor Abdishukurovich*

*Samarqand davlat universiteti tayanch doktoranti*

*E-mail: [shermuxammedovbaxtiyor47@gmail.com](mailto:shermuxammedovbaxtiyor47@gmail.com)*

### ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada normallangan Banax fazolari va ularning ba'zi xossalari keltirilgan. Jumladan, yakunlanganlik, ajraluvchilik, fazo xossalari va funkcionallar haqida ta'riflar keltirilgan. Undan tashqari chiziqli normallangan fazo ta'rihi va shartlari hamda Banax fazolariga misollar haqida yoritilgan.

**Kalit so'zlar:** Fazo, norma, metrika, yakunlanganlik, ajraluvchilik, funkcionallar, chiziqli normallangan fazo.

Normallangan Banax fazolari - bu to'liq normal fazolar bo'lib, ularda vektorlar orasidagi masofa aniq o'lchanadi. Bu fazolarning asosiy xossalari quyidagilar:

- Normallash - Banax fazolarda har bir vektorga uning normasini (uzunligini) mos ravishda qiymat sifatida berish orqali normallash amalini amalga oshirish mumkin. Normallash vektorlar orasidagi masofani aniqlash uchun asos bo'ladi.
- Yakunlanganlik - Banax fazolar yakunlangan bo'lib, har qanday Koshi ketma-ketligi unda yig'iladi. Ya'ni Banax fazolarda ketma-ketlikning yaqinlashuvchi xossasi mavjud.
- Ajraluvchilik - Normallangan Banax fazolar ajraluvchi bo'lib, ixtiyoriy ikki turli vektorda ular orasida masofa mavjud. Bu xossa fazoda ixtiyoriy ikki vektor o'zaro aloqasizligi ma'nosini anglatadi.
- Fazo xossalari - Normallangan Banax fazolar fazo xossalari ega, ya'ni unda vektor jamlamalar, limitlar, oraliqlar va boshqalar aniqlangan. Bu xossa Banax fazoni matematik analiz quroli sifatida ishlatishga imkon beradi.
- Funkcionallar - Normallangan Banax fazolarda chiziqli va uzluksiz funkcionallar mavjud bo'lib, ular Xan-Banax teoremasi asosida o'rganiladi.

Normallangan Banax fazolari funksional analiz, matematik fizika, optimal boshqaruv nazariyasi, differensial va integral tenglamalar kabi sohalarda keng qo'llaniladi.

**Ta`rif–1.** E–haqiqiy ( kompleks ) songa ko'paytirish bilan kiritilgan chiziqli fazo bo'lsin.

Agar E chiziqli fazoning har bir  $x$  elementiga uning normasi deb ataluvchi va  $\|x\|$  orqali belgilanuvchi manfiymas haqiqiy son mos qo'yilgan bo'lib, bu moslik:

- 1)  $\|x\| \geq 0$ , bundan tashqari  $\|x\| = 0$  tenglik faqat va faqat  $x=0$  bo'lgandagina o'rinli;
- 2)  $\|\lambda x\| = |\lambda| \|x\|$  ;
- 3)  $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$

Normal aksiomalarini qanoatlantirsa, u holda E to'plam chiziqli normalangan fazo deb aytiladi. Bu keltirilgan normaning 1-sharti ayniylik sharti deb, 2-sharti birjinslilik sharti deb, 3-sharti uchburchak tengsizligi deyiladi. Uchburchak tengsizligidan,

$$\|x - y\| \geq \| \|x\| - \|y\| \| \quad (1)$$

Tengsizlikni ham o'rinli ekanligini ko'rsatish mumkin. Haqiqatan ham, uchburchak tengsizligiga ko'ra  $\|x\| = \|(x - y) + y\| \leq \|x - y\| + \|y\|$  bo'ladi. Bunda (1) tengsizlik kelib chiqadi.

Chiziqli normalangan fazoda metrikani  $\rho(x, y) = \|x - y\|$  tenglik yordamida kiritish mumkin. Bu yerda masofa uchun kiritilgan barcha metrika aksiomalarining bajarilishini tekshirish qiyin emas. Chiziqli normalangan fazoda metrika kiritilgan ekanligidan biz  $\{x_n\}$  elementlar ketma-ketligining  $x$  elementga yaqinlashishi ta'rifini ham kiritish olamiz. Aynan, agar  $n \rightarrow \infty$  da  $\|x_n - x\| \rightarrow 0$  bo'lsa u holda  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x$  yoki  $n \rightarrow \infty$  da  $x_n \rightarrow x$  deb aytiladi. Shunday qilib, chiziqli normalangan fazoda aniqlangan yaqinlashish norma bo'yicha yaqinlashish deyiladi.

**Ta`rif–2.** Agar norma bo'yicha yaqinlashish ma'nosida berilgan chiziqli normalangan fazo to'la bo'lsa, u holda bu fazo Banax fazosi yoki B tipidagi deb aytiladi. Endi Banax fazolariga misollar keltiramiz:

1) Haqiqiy sonlarning  $n$  ta  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  tartiblangan sistemasi shaklidagi elementlarning  $R^n$  fazosi Banax fazosiga misol bo'ladi. Haqiqatan ham, bu fazoda  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  va  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  elementlar orasida qo'shish amali  $x + y = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$  va  $\lambda$  haqiqiy songa ko'paytirish  $\lambda x = (\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n)$  shaklda kiritiladi. Hamda  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  elementning normasi esa  $\|x\| = \left( \sum_{k=1}^n x_k^2 \right)^{\frac{1}{2}}$

Tenglik yordamida aniqlanadi. Bu  $R^n$  fazo Banax fazosi bo'lib undagi metrika avval kiritilgan metrika bilan ustma-ust tushadi.

2) Haqiqiy ( kompleks )  $C_{[a,b]}$  fazo Banax fazosi bo'ladi. Bu fazoda funksiyalarni qo'shish va funksiyani songa ko'paytirish amali aniqlangan. Hamda  $x(t)$  funksiyaning normasi esa  $\|x\| = \max_{a \leq t \leq b} |x(t)|$

Tenglik bilan aniqlanadi. Bu  $C_{[a,b]}$  fazo Banax fazosi bo'lib undagi metrika avval kiritilgan metrika bilan ustma-ust tushadi.

3) Haqiqiy ( kompleks )  $l_p$  fazo Banax fazosi bo'ladi. Bu fazoda elementlarni qo'shish va elementlarni songa ko'paytirish amali aniqlangan. Hamda  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots)$  elementning normasi esa  $\|x\| = (\sum_{i=1}^{\infty} |x_i|^p)^{\frac{1}{p}}$

Tenglik yordamida aniqlanadi. Bu  $l_p$  fazo Banax fazosi bo'lib undagi metrika avval kiritilgan metrika bilan ustma-ust tushadi.

4) Haqiqiy ( kompleks )  $L_p[a, b]$  fazo Banax fazosi bo'ladi. Bu fazoda funksiyalarni qo'shish va funksiyani songa ko'paytirish amali aniqlangan. Hamda  $x(t)$  funksiyaning normasi esa  $\|x\| = (\int_a^b |x(t)|^p dt)^{\frac{1}{p}}$  tenglik yordamida aniqlanadi. Bu  $L_p[a, b]$  fazo Banax fazosi bo'lib undagi metrika avval kiritilgan metrika bilan ustma-ust tushadi.

5) Haqiqiy sonlarning  $m$  fazosi Banax fazosi bo'ladi. Bu fazoda elementlarni qo'shish va elementlarni songa ko'paytirish amali aniqlangan. Hamda  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots)$  elementning normasi esa  $\|x\| = \sup_i |x_i|$  tenglik bilan aniqlanadi. Bu  $m$  fazo Banax fazosi bo'lib undagi metrika avval kiritilgan metrika bilan ustma-ust tushadi.

6)  $[a, b]$  oraliqda aniqlangan va  $h$  oraliqda  $k$  –tartibgacha uzliksiz hosilalarga ega bo'lgan  $x(t)$  funksiyalarning fazosini qaraymiz. Bu fazoda funksiyalarni qo'shish va funksiyani songa ko'paytirish amali aniqlangan. Har bir  $x(t)$  funksiyaning normasi esa

$$\|x\| = \max \left\{ \max_{t \in [a,b]} |x(t)|, \max_{t \in [a,b]} |x^{(1)}(t)|, \dots, \max_{t \in [a,b]} |x^{(k)}(t)| \right\}$$

Tenglik yordamida kiritiladi. Bunday normalangan Banax fazo Banax fazosi bo'lib uni biz  $C^k[a, b]$  orqali belgilaymiz. Bu fazo variasion hisob nazariyasida keng qo'llaniladi. Umuman aytganda bu fazodagi normani ko'pgina hollarda  $\|x\| = \sum_{i=0}^k \max_{a \leq t \leq b} |x^{(i)}(t)|$  tenglik bilan kiritiladi. Har ikkala holda ham bu fazo Banax fazosi bo'ladi.

Agar  $n \rightarrow \infty$  da  $x_n \rightarrow x$ ,  $y_n \rightarrow y$ ,  $\lambda_n \rightarrow \lambda$  bo'lsa, u holda  $\|(x_n + y_n) - (x + y)\| \leq \|x_n - x\| + \|y_n - y\|$ ,  $\|\lambda_n x_n - \lambda x\| \leq |\lambda_n| \|x_n - x\| + |\lambda_n - \lambda| \|x\|$  munosabatlardan foydalanib  $(x_n + y_n) \rightarrow x + y$ ,  $\lambda_n x_n \rightarrow \lambda x$  ekanligini hosil qilamiz. Xuddi shuningdek (1) tengsizlikdan  $\| \|x_n\| - \|x\| \| \leq \|x_n - x\|$  tengsizlik hosil bo'ladi. Shunga ko'ra, agar  $n \rightarrow \infty$  da  $x_n \rightarrow x$  bo'lsa, u holda  $n \rightarrow \infty$   $\|x_n\| \rightarrow \|x\|$  bo'ladi.

## FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR



1. J.I.Abdullayev, Yu.X.Eshqobilov, R.N.G‘anixo‘jayev. Funktsional analiz (misol va masalalar yechish) I-qism. “Tafakkur bo‘stoni” Toshkent – 2015. 240 bet.
2. Saipnazarov J.M. Banax fazosida oshkormas funksiya haqidagi teoremaning tatbiqlari // Oriental Renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences// Scientific Journal Impact Factor// VOLUME 1 | ISSUE 4 ISSN 2181-1784// SJIF 2021: 5.423, 166-172 bet.
3. Расулов Х.Р., Яшиева Ф.Ю. Икки жинсли популяциянинг динамикаси ҳақида // Scientific progress, 2:1 (2021), p.665-672.
4. Қ.С.Фаязов. Ҳисоблаш математикаси, математик физика ва анализнинг нокоррект масалаларини ечиш усуллари. Тошкент: Университет, 2001. -130 бет.
5. О.С.Зикиров. Математик физика тенгламалари.Ўқув қўлланма. -Тошкент: “Фан ва технология”. 2017, 320 бет.
6. Аууров Sh. A., Ibragimov M.M., Kudaybergenov K.K. Funktsional analizdan misol va masalalar. O‘quv qo‘llanma. Nukus. Bilim. 2009.
7. Sarimsoqov T.A. Haqiqiy o‘zgaruvchining funktsiyalari nazariyasi. Toshkent: Fan. 1994.